



**Epreuve du 1<sup>er</sup> groupe**

**MATHÉMATIQUES**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdits. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

**EXERCICE n°1** (05 Points)

Soit le polynôme  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$  où  $a$  et  $b$  sont des réels.

- 1) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  sachant que  $P(-2) = 0$  et  $P(-1) = 8$ . (01,5 point)
- 2) On pose  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ .
  - a) Factoriser  $P(x)$ . (01 point)
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ . (0,5 point)
  - c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $P(x) \geq 0$ . (01 point)
  - d) Dédire de la question 2.b) les solutions de l'équation (E). (01 point)  
(E) :  $e^{3x+1} - 2e^{2x+1} - 5e^{x+1} + 6e = 0$ .

**EXERCICE n°2** (05 points)

Une urne contient  $n$  boules ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) dont 7 sont blanches et  $(n - 7)$  sont noires. On tire successivement sans remise deux boules de l'urne, les boules ont la même probabilité d'être tirées.

- 1) On suppose que la probabilité de tirer deux boules de même couleur vaut  $\frac{19}{40}$ .  
Calculer la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes. (01 point)
- 2) a) Soit  $\Omega$  l'univers, montrer que  $\text{card } \Omega = n(n-1)$  (0,75 point)  
b) Déterminer  $n$  sachant que  $\text{card } \Omega = 240$ . (01 point)
- 3) On suppose que  $n = 16$ . Calculer la probabilité des événements :
  - a) A « la première boule tirée est blanche et la deuxième boule tirée est noire ». (01,25 point)
  - b) B : « on tire deux boules blanches ». (01 point)

**EXERCICE n°3** (10 points)

On considère la fonction numérique de la variable réelle  $x$ , définie par  $f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

- 1) Etudier le signe de  $\frac{x-1}{x+1}$  et en déduire le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ . (01 + 0,5 point)
- 2) Trouver les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ , puis donner le tableau de variations de  $f$ . (02+02,5 points)
- 3) a) Vérifier que la droite  $(\Delta)$  d'équation :  $y = x - 1$  est asymptote à  $(\mathcal{E}_f)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (01 point)  
b) Etudier la position de  $(\Delta)$  par rapport à  $(\mathcal{E}_f)$ . (01 point)
- 4) a) Déterminer les autres asymptotes de  $(\mathcal{E}_f)$ . (01 point)  
b) Montrer que le point  $I(0 ; -1)$  est centre de symétrie de  $(\mathcal{E}_f)$ . (01 point)