



Epreuve du 1^{er} groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdits. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

EXERCICE n° 1 (04,5 points)

En l'an 2010, une entreprise a décidé de verser une prime annuelle à chacun de ses employés. Cette prime augmente de 5000F chaque année.

La prime initiale est $U_1 = 50\,000$ F et on note U_n la prime individuelle versée la $n^{\text{ème}}$ année.

- 1/ Calculer U_2 et U_3 . (0,5 point)
- 2/ a) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n . En déduire la nature de la suite (U_n) . (0,75 point)
 b) Ecrire U_n en fonction de n . (0,75 point)
- 3/ En quelle année la prime atteindra-t-elle 145 000 F ? (01 point)
- 4/ Déterminer le montant total des primes que percevrait un employé de 2010 à 2029. (01,5 point)

EXERCICE n° 2 (04,5 points)

Le tableau suivant donne le nombre d'abonnés d'un opérateur téléphonique en fonction des tarifs pratiqués.

prix de la minute de communication en F CFA : x_i	200	240	220	160	150	140
Nbre d'abonnés : y_i	250 000	190 000	230 000	300 000	310 000	320 000

- 1) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique (x, y) . (02,5 point)
- 2) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x , Dy/x . (01 point)
- 3) Donner une estimation du nombre d'abonnés pour un tarif de 100 F la minute. (01 point)

EXERCICE n° 3 (11 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x^2}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition D de la fonction f . (0,5 point)
2. Vérifier que pour tout réel x , $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x^2}$ puis $f(x) = x + 1 - \frac{1}{x^2}$. (01,5 point)
3. Calculer les limites suivantes : (01 point)
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
4. Montrer en utilisant les résultats de la 2^{ème} question que :
 a) La droite D_1 d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction f en $+\infty$. (0,5 point)
 b) La droite D_2 d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe représentative de f en $-\infty$. (0,5 point)

5. Montrer que pour tout réel x : $f'(x) = \frac{2x^2 + 2}{(2x^2 + 2)^2}$. **(01,5 point)**

6. Dresser le tableau de variation de la fonction f . **(01 point)**

7. Ecrire l'équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0. **(01 point)**

8. Construire la courbe représentative de f , les droites D_1 , D_2 et la tangente T dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (unité 1cm). **(01,5 point)**

9. a) Vérifier que pour tout réel x , $f(x) = x + 1 - \frac{2x^2}{2x^2 + 2}$. **(0,5 point)**

b) En déduire une primitive F de la fonction f sur \mathbb{R} . **(0,75 point)**

c) Calculer $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$. **(0,75 point)**