UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
◊◊◊♦◊◊◊
OFFICE DU BACCALAUREAT
E-mail : office@ucad.edu.sn
Site web : officedubac.sn

21T01AN01A20
Durée : 04 heures
Série : F6 – Coef. 4

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : (05 points)

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $(O\,;\,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A\,(2;1\,;0), B\,(0;1\,;1), C(0\,;3\,;2)$ et $K(0\,;0\,;1)$.

1) Soit G l'isobarycentre de A, B et C. Déterminer les coordonnées du point G. **(01 point)**
2) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés. **(0,5 +0,25 point)**
3) Déterminer alors l'équation du plan (A B C). **(0,5 point)**
4) Les points A, B, C, G et K sont-ils coplanaires ? Justifier la réponse. **(0,25 point)**
5) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (OK). **(0,5 point)**
6) La droite (OK) perce le plan (A B C) en un point I. Déterminer les coordonnées du point I. **(01 point)**
7) Calculer l'aire du triangle A B C. **(01 point)**

EXERCICE 2 : (05 points)

On considère l'équation $(E) : z^3 - 9z^2 + (22 + 12i)z - 12 - 36i = 0$.

1) Montrer que (E) admet une solution réelle z_0. Déterminer z_0. **(0,5 point)**
2) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_1 que l'on déterminera. **(0,75 point)**
3) Résoudre alors l'équation (E) . **(0,5 point)**
4) Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O\,;\,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, on considère les points $A(3)$, $B(2\mathrm{i})$ et $C(6 - 2\mathrm{i})$.
   a) Placer les points A, B et C. **(0,5 point)**
   b) Déterminer la forme algébrique de $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. **(0,5 point)**
   c) Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. **(0,5 +0,5 point)**
   d) En déduire que les points A, B et C sont alignés. **(0,5 point)**
5) Soit S la transformation d'écriture complexe $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}\,z$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S. **(0,75 point)**

PROBLEME : **(10 points)**

Soient f *et* g deux fonctions définies sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f\ (x) = \frac{1}{2}\ \ln^2 x + \ln x + x$ et

$g(x) = -x - 1 - \ln x$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal

$(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 1 cm.

PARTIE A : **(04 points)**

1) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. **(0,5 point)**
2) Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$ où g' est la dérivée de g puis établir le tableau de variation de g . **(0,5 point +01 point)**
3) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $]0\ ;\ +\infty[$ une unique solution α et que

   $\alpha \in\ ]0{,}2\ ; 0{,}3[$. **(0,75 point+0,5 point)**
4) Déterminer le signe $g(x)$ sur $]0\ ;\ \alpha[$ et sur $]\alpha\ ;\ +\infty[$. **(0,75 point)**

PARTIE B : **(06 points)**

1) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f . **(0,5 point)**
2) On pose f' la dérivée de f sur $]0\ ;\ +\infty[$
   a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$ puis montrer que : $f'(x) = -\frac{g(x)}{x}$. **(0,5 point +0,5 point)**
   b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{2}\alpha^2 + \alpha - \frac{1}{2}$ puis dresser le tableau de variation de f. **(0,25 point + 0,5 point)**
3) On se propose d'étudier le comportement de (C_f) à l'infini.
   a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x$. En déduire que (C_f) admet une branche parabolique que l'on précisera. **(0,5 point)**
   b) Soit (D) la droite d'équation $y = x$. Etudier la position relative de (C_f) et (D). **(0,5 point)**

4) Tracer (C_f) et (D) , on prendra $\alpha = 0{,}22$. **(01 point)**

5) Soit F la fonction définie sur $]0\ ; +\infty[$ par : $F(x) = \frac{1}{2}\ x \ln^2 x + \frac{x^2}{2}$.

   a) Vérifier que F est une primitive de f *sur* $]0\ ;+\infty[$. **(01 point)**

   b) Calculer l'aire en cm^2 du domaine délimité par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d' équations $x = 1$ et $x = 3$. **(0,75 point)**