



MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (05 points)

N.B.: On présentera les résultats des calculs à 10^{-2} près.

Le gestionnaire d'un super marché, durant le premier semestre du démarrage de ses activités commerciales, observe l'évolution par mois x de son bénéfice y (en millions de francs CFA).

Les données obtenues sont contenues dans le tableau ci-après :

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 1,2 | 1,3 | 1,5 | 1,9 | 2,1 | 2,2 |

- 1) Représenter le nuage de points associé à cette série statistique. (01 point)
- 2) Etablir l'équation (D) de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. (01,5 point)
- 3) Représenter la droite de régression et placer le point moyen. (01,25 point)
- 4) Estimer graphiquement le profit au septième mois. (0,5 point)
- 5) Vérifier ce résultat par le calcul. (0,75 point)

EXERCICE 2 (05 points)

Un emprunt est remboursable par annuités constantes.

Sachant que la somme du deuxième et du quatrième amortissement est 157 537,77 F et leur produit est 6 148 514 623,9, déterminer :

- 1) les deuxième et quatrième amortissements. Peut-on affirmer qu'ils vérifient chacun l'égalité $x^2 = 157 537,77x - 6 148 514 623,9$? (3 x 0,5 points)
- 2) le taux d'intérêt i . (01 point)
- 3) le premier amortissement. (0,75 point)
- 4) le nombre d'annuités n et la dette initiale sachant que le montant de l'annuité est 114 803,69 F. (01+0,75 points)

PROBLEME (10 points)

PARTIE A

Soit la fonction g définie par: $g(x) = (1 - 2x)e^{-x} - 1$.

- 1)
 - a. Donner le domaine de définition (D_g) de g . (0,25 point)
 - b. Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition D_g . (0,25 + 0,25 point)
- 2)
 - a. Calculer l'expression de la fonction dérivée $g'(x)$. (01 point)
 - b. Dresser le tableau de variation de g . (0,5 point)
- 3)
 - a. Calculer $g(0)$. (0,25 point)
 - b. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . (0,25 point)

PARTIE B

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2xe^{-x} + e^{-x} - x$.

- 1) On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\|i\| = \|j\| = 1\text{cm}$.
- Déterminer l'ensemble de définition de f . On le notera D_f . **(0,25 point)**
 - Déterminer les limites de f aux bornes de D_f . **(0,5+ 0,5 point)**
 - Calculer l'expression de la fonction dérivée $f'(x)$ puis étudier son signe. **(01 + 0,5 point)**
 - Dresser le tableau de variation de f . **(0,5 point)**
 - Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans \mathbb{R} . **(0,5 point)**
 - Montrer que la droite $(D): y = -x$ est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$. **(0,25 point)**
 - Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (D) . **(0,5 point)**
 - Tracer les courbes (C_f) et (D) dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. **(0,75+ 0,25 point)**
- 2) Soit h la restriction de f sur $]0; +\infty[$.
- Montrer que h est bijective de $]0; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser. **(0,25 +0,25 point)**
 - Calculer $h(1)$, en déduire $(h^{-1})'(3e^{-1} - 1)$. **(0,25 +0,75 point)**
 - Tracer la courbe $(C_{h^{-1}})$ dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. **(0,25 point)**