UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT

E. mail : office@ucad.edu.sn

site web : officedu bac.sn

21T05AN 01A29

Durée: 04 heures

Série : T1 – Coef. 5

Série : T2 – Coef. 4

Epreuve du 1er groupe

M A T H E M A T I Q U E S

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chacun des items ci-dessous, trois réponses a, b et c sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte. Pour répondre, écrire le numéro de l'item suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie. Une réponse exacte est notée 0,5 point, la justification 0,5 point et une réponse inexacte ou une absence de réponse est notée 0.

1. Les racines carrées de $-3-4i$ sont :

a) $-1-2i$ et $1+2i$ b) $-\sqrt{3}-2i$ et $\sqrt{3}+2i$ c) $1-2i$ et $-1+2i$.

2. Dans $\mathbb{C}$, l'équation $(2-i)z^2-4iz-2-i=0$ a pour ensemble de solutions :

a) $\left\{-\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i, 2i\right\}$ b) $\left\{-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i, +i\right\}$ c) $\left\{-\frac{6}{5}+\frac{8}{2}i, -2i\right\}$

3. $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x}$ est égal à :

a) $\frac{3}{2}$ b) 3 c) 2

4. Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$. Dans un repère orthonormal, la courbe représentative de f a, au voisinage de -∞, une asymptote d'équation :

$a)\ y=-x+1$ $b)\ y=x-1$ $c)\ y=-x$

EXERCICE 2 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormal direct (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), d'unité graphique 1 cm.

On considère les points $E(1\,;-2\,;0), F(-2\,;-3\,;5), G(2\,;1\,;1)$ et $H(1\,;1\,;3)$.

1. Démontrer que les points E, F, G et H sont coplanaires. On note (P) le plan passant par les points E, F, G et H. **(1pt)**

2. Montrer que le vecteur $\vec{n}$ (2 ; -1 ; 1) est un vecteur normal à (P). **(0,5 pt)**
3. Déterminer une équation cartésienne de (P). **(1 pt)**
4. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (D) passant par $A(1\,;2\,;5)$ et perpendiculaire à (P). **(1 pt)**
5. Montrer que le point A n'appartient pas à (P). **(0,5pt)**
6. a. Calculer l'aire du triangle AFG. **(0,5 pt)**

   b. Calculer le volume du tétraèdre $AEFG$. **(0,5 pt)**

PROBLEME (11 points)

Soit f et g les fonctions définies sur ℝ par : $f\,(x) = e^{3x} - e^{x}$ et $g(x) = f(x) - 2x$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ et interpréter le résultat. **(0,25ptx2)**
2. Calculer la limite de f puis celle de $\frac{f\,(x)}{x}$ en $+\infty$. En déduire la nature de la branche infinie en $+\infty$. **(0,5ptx2+0,25pt)**
3. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x, f' étant la dérivée de *f.* **(0,5pt)**
4. Etudier le signe de $3e^{2x} - 1$. **(0,5pt)**
5. Déterminer le sens de variation de f. **(0,5pt)**
6. Dresser le tableau de variations de f. **(0,5pt)**
7. Soit (T) la droite d'équation $y = 2x$.
   a. Montrer que la droite (T) est tangente à (C_f) au point d'abscisse 0. **(0,5pt)**
   b. Montrer que, pour tout nombre réel x, $g'(x) = (e^{x} - 1)\,(3e^{2x} + 3e^{x} + 2)$. **(1pt)**
   c. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. **(1pt+0,5pt)**
   d. En déduire le signe de $g(x)$ et préciser la position de (C_f) par rapport à (T). **(0,5pt+0,5pt)**
8. Soit h la restriction de f à l'intervalle]0 ;+∞[.
   a. Montrer que h définit une bijection de]0 ;+∞[sur un intervalle J à préciser. **(0,25ptx2)**
   b. Déterminer le sens de variations de h^{-1} bijection réciproque de h. **(0,5pt)**
9. Tracer (C_f) et $(C_{h^{-1}})$, $C_{h^{-1}}$ étant la courbe représentative de h^{-1} dans le même repère. **(1,5+0,75pt)**